

§3.3 (運動を決める方程式の知識. 力学の本質的な意味)

- デカルトは 1644 年の著書で, 質量 (m) と速度 (v) の積の総和を神から与えられた不変量 ($\sum_i m_i v_i = \text{一定}$) と記したらしい. 総和はどこで打ち切れればよいか分からないので, 運動の第一法則は質点 ($i=1$) に関する法則となっている. 力を受けない質点の運動量は $p=mv = \text{一定}$. p は運動状態の大きさと向きを表わす量と考えてよい.
- ニュートンは 1687 年の著作で, 短い時間 Δt の物体の運動量変化 Δp は与えられた力積 $F\Delta t$ に比例すると述べたらしい. 比例定数を 1 とすれば $F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$ (3.11'). 運動の第二法則 $ma=F$ である.
- Δt は, F を一定として $\Delta p/\Delta t = F$ が成り立つ時間範囲 (N0107§2.1 の (I) と同意) であろう. 比例定数は, F/m と a を独立に測定して比較すれば決められるが, F を定義するには (3.11) が必要になってそれができない. 力を元々 (3.11) で定義すると割り切れれば, 比例定数は 1 でよい. さらに述べれば, 長さ L と時間 T と質量 M の意味が明確でないといふ少なくとも力学は成立しないが, 時空の定義や基準さえ, 実は不確かである. これらは力学の範囲を超えた問題となる.

- (§3.3 の続き) 第一法則は慣性の法則, 第二は質量と加速度の法則, ニュートンの運動方程式のような別名がある. 第三法則は作用反作用の法則である. ある物体 B が別の物体 A から力 \mathbf{F}_{BA} を受けると A は B より \mathbf{F}_{AB} の力を与えられ, $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$ である. 以上三法則は正しいと証明できるものではない. 正しい事が繰り返し検証されてきた仮定, 仮説となる.
- 運動方程式 $ma=F$ は, F に値を入力すると出力 a が得られるような入出力系になっている. a から v , v から x が決まり ($\Delta v = a\Delta t$, $\Delta x = v\Delta t$ と次々に Δt 後を予測していく), 運動が決定される. ただし のとき, v の初期値 v_0 が未知だと後の v が決定できない. では x_0 の値が必要になる. これらの条件を初期条件, 値を初期値という.
- 基礎物理学は全てを力より導き出すと言った. ここでは反作用の力が追加された. 力の種類はまだ少し増えるので愉快でないかもしれない. 一方で, うっかり §11.7 を見ると, 基本的な力は 4 種類しかないとある. 最近, 重力がこの表に入らないというエントロピック重力理論も出現したので, 3 種類なかもしれない (表の強い力は湯川先生が発見の突破口を開いた. 電磁気力は朝永先生が同様な貢献をした. 重力の素となる質量の起原は, 南部先生が始めた理論で説明された). これらは大学の基礎物理学の範囲を超えた対象で, どうなっているかと言うと例えば, ばねの力や摩擦力や接着剤の保持力等などは, 原子核と電子を結びつけている電磁気力が起源である. §11.7 から一つ分かるのは, 力はそれを与える相手がいなければ存在し得せず, A が受ける力には必ず B の存在がある事である. よって物質のないところには力は存在しない.

§3.4–3.6

(力から運動を導く実際の計算であるから, 対面授業の際, 板書を見ながら議論の概要をつかんで欲しい)

- 計算の随所で, 力学の理解に必要な概念や新たな量の定義が現れるので, 注意が必要である. 計算に迷わずなるべく議論に付いていけるように, まずは斜め読みの予習を考えたい(計算は事実なので後で学習しても何とかなるものである).
- また, 物体の運動の軌道を計算することは力学の中心的な話題ではあるが, 実は, 医学生は今後殆ど使うことはないはずである. しかし世に現れる多くの現象には裏では物体の運動が関係している. 代表的な運動 ($x(t)$ のこと) の式と意味くらいは説明できないと困るので, それが分からなくならないように, 議論を追っておいて欲しい.
- 前期最後で微分方程式の解法を紹介する. それを用いて, §3.4, 3.6 はじっくりと議論する.

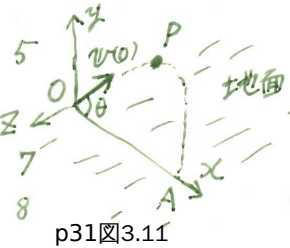
§3.5

前提: $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$, $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$.

v_x は $v_x(t)$ と書き, $\mathbf{v}(0) = (v_x(0), v_y(0), v_z(0))$ は初速度など.

$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right)$, $v_x = \frac{dx}{dt}$ など. $\frac{dx}{dt}$ を \dot{x} , $\frac{d^2x}{dt^2}$ を \ddot{x} とかく.

$\int_0^t 0 dt = 0$, $\int_0^t 1 dt = 1 \int_0^t dt = t$, $\int_0^t t dt = \frac{t^2}{2}$ など.



$v(0)$ の大きさ $|v(0)| = v_0$, 時刻 $t=0$ は運動開始の時刻,

$\mathbf{r}(0) = (0, 0, 0)$ とする.

重力下 (中に力下) の運動は, 1つの平面上で起こることになっている (証明は省く). 平面を $z=0$ の面とする.

p31 図3.11

$m(a_x, a_y, a_z) = (0, -mg, 0)$, $\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right) = (0, -g, 0)$. ただし $z=0$.

$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$ より, $\frac{dv_x}{dt} = 0$, $dv_x = 0 dt$, $\int dv_x = \int 0 dt$.

不定積分を実行すると積分定数が出るが, 上記は定数を含んだ意味となる.

積分範囲をつけると,

$\int_{v_x(0)}^{v_x(t)} dv_x = \int_0^t 0 dt = 0$, $v_x(t) - v_x(0) = 0$, $v_x(t) = v_x(0) = v_0 \cos \theta$ (3.21a)

(3.21a) より, $\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta$, $dx = (v_0 \cos \theta) dt$, $\int_{x(0)}^{x(t)} dx = v_0 \cos \theta \int_0^t 1 dt$.

よって, $x(t) - x(0) = (v_0 \cos \theta) t$, $x(t) = v_0 t \cos \theta$ (3.21b). §3.5

次に, $\frac{d^2y}{dt^2} = -g$ より, $\frac{dv_y}{dt} = -g$, $dv_y = -g dt$, $\int_{v_y(0)}^{v_y(t)} dv_y = -g \int_0^t 1 dt$,
 $v_y(t) - v_y(0) = -gt$, $v_y(t) = v_0 \sin \theta - gt$. (3.22a)

(3.22a) より, $\frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta - gt$, $dy = (v_0 \sin \theta) dt - g t dt$,
 $\int_{y(0)}^{y(t)} dy = v_0 \sin \theta \int_0^t 1 dt - g \int_0^t t dt$, $y(t) - y(0) = (v_0 \sin \theta) t - \frac{g}{2} t^2$,
 $y(t) = v_0 t \sin \theta - \frac{g}{2} t^2$ (3.22b).

(3.21b) と (3.22b) より t を消去した結果は, 放物線 $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + (\tan \theta) x$
(3.23) になるし, p30 最初のように, 初速度の $\theta = 90^\circ$ または $v_0 = 0$ では, 直線軌道になる.

§3.5

§3.7, 3.8 (今後必要に応じてつまみ読む)

- 重心, 撃力, 回転, 力のモーメントなどが説明されている.
これらの各論には, 実際の演習問題で必要が生じたときに説明を加える. よって決して知らなくて良い議論ではない. 演習の復習の際に疑問が残っていれば, (入門か生命などの) 教科書の関係する記述を参考にせよ.
- 後期に, 剛体の運動について主に結果だけを紹介し, §3.7, 3.8 の内容は終了・完成となる.