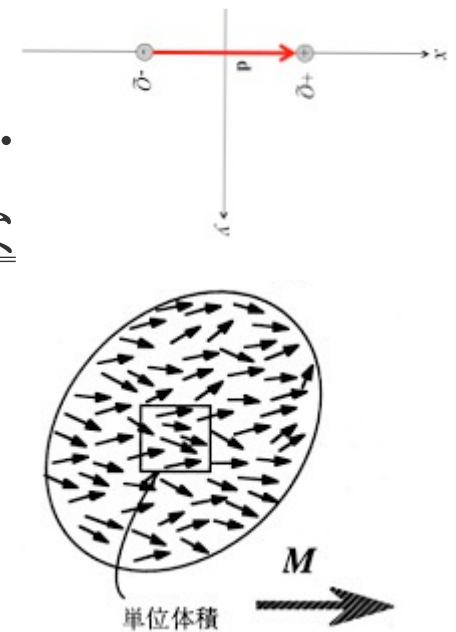


## §8.8

- 分子の電氣的な状態が図のような、 $-q$ と $+q$ の電荷が距離 $d$ で隣り合う電気双極子で表される場合がある(生命例題3-5-1など).  $\mathbf{p}=q\mathbf{d}$ を電気双極子モーメントという.  $\Delta V$ 内の各 $\mathbf{p}_i$ の合成ベクトルの体積密度 $\mathbf{P}=(\Delta V)^{-1}\sum_i \mathbf{p}_i$ を誘電分極という.  $\mathbf{p}_i$ の向きが揃うと,  $\mathbf{P}$ が値をもつ(分極が生じた状態).
- 磁気には磁荷が存在しない. 電子1つが元々小さな磁気モーメント $\mathbf{m}$ をもつ. それが磁気の素になる.  $\mathbf{m}_i$ が全て揃うと磁化または磁気分極 $\mathbf{M}$ が値をもつ(例: 永久磁石).  $\mathbf{M}=(\Delta V)^{-1}\sum_i \mathbf{m}_i$  (8.27')
- 文献によって $\mathbf{m}$ を $\boldsymbol{\mu}$ や $\mathbf{p}_m$ ,  $\mathbf{M}$ を $\mathbf{P}_m$ で書くことがある. 同じ名前の量でも定義が $\mu_0$ 倍異なる場合もあるので量の単位を断っておく必要がある(以下では阿部の教科書に合わせた).

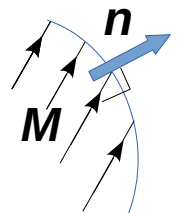


## §8.7 $B$ と $H$ の役割 (磁荷が無い立場から §8.7 の表現を変える)

- (8.30) または (8.33) のように磁場により力  $\mathbf{F}$  を得たとき, 磁場を磁束密度  $\mathbf{B}$  (単位  $\text{T} = \text{N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ) で表す. つまり  $\mathbf{B}$  より  $\mathbf{F}$ .  $\mathbf{B}$  が作る仮想の力線は磁束線である (図 8.16).  $\mathbf{B}$  は  $\mathbf{M}$  と同じ単位.
- 自由な磁気の素は電流  $I$  で, 磁場を作る. これを磁場の強さ  $\mathbf{H}$  (単位  $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ ) で測る. つまり  $I$  より  $\mathbf{H}$ .  $\mathbf{H}$  が作る力線は磁力線である (図 8.15).  $\mu_0$  の単位は  $\mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mathbf{B}$  (8.28) より  $\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ .
- 物質がない真空の場所では  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$  である.
- 磁気モーメント  $\mathbf{m}$  の単位は (8.27) より  $\text{T} \cdot \text{m}^3$  になる.
- 分極した物質表面には次のページのように, 磁荷面密度  $\sigma_m$  (単位  $\text{Wb} \cdot \text{m}^{-2}$ ) が現れて, 外部に磁場  $\mathbf{B}$  を作ると考える. よって真磁荷は存在はしないが磁束  $\Phi$  (単位は  $\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s} = \text{T} \cdot \text{m}^2$ ) が生成されて, その総磁荷  $q_m$  の単位が  $\text{Wb}$  になる.  
ウェーバ

## 付録：分極・磁化した物質とその外部の電場磁場

- $\mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mathbf{B}$  と  $\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \mathbf{D}$  (8.28') と p.137... 第1項の自由な磁気電気の素が作る場と、第2項の物質原子に束縛された  $\mathbf{m}$  や  $\mathbf{p}$  による場の合計が一般の場であることを説明する式. 例えば  $\mathbf{D}$  は電場を  $\mathbf{P}$  と同じ単位で測った量で、分極も磁化も無い場所では  $\mathbf{P}$  も  $\mathbf{M}$  もゼロで電場の強さ  $\mathbf{E}$ 、磁場の強さ  $\mathbf{H}$  のみでよい.  $\mathbf{B}$  を作る磁荷は無いが、電流が  $\mathbf{H}$  を作る事が分かっており、それに  $\mathbf{M}$  がプラスされる.  $\mu_0$  は磁気定数または真空の透磁率と呼ばれる.
- 磁気分極 ...  $\mathbf{M}$  はマクロな量で物質内部で連続的な関数で、表面で不連続に0となる (8.27). 磁束線 ( $\mathbf{B}$ ) は至る所で突然消えたり生じないことが分かっており、磁性体表面内側に  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = \sigma_m$  の磁荷面密度が現れる.  $\mathbf{n}$  は表面各点の、面に垂直外向きの単位ベクトルである.  $\sigma_m$  は  $\mathbf{M}$  を素にする磁荷なので真磁荷ではない. こうして物質の両端には棒磁石のように分離した土の  $\sigma_m$  が生じて、それが外部に  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = \sigma_m$  を満たす磁場を作る.
- $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{P}$  と  $\sigma_m$ ,  $\sigma$  は両方は設定せず、内部磁場電場は  $\mathbf{M}$  や  $\mathbf{P}$ , 外部は  $\sigma_m$  や  $\sigma$  を設定して計算すればよい ... 磁石が作る磁力線は物質の外部 (真空) では磁束線と一致する (図 8.15 と 8.16). 外部では、 $\mathbf{M}$  が無くなる代わりに面密度  $\sigma_m$  と  $-\sigma_m$  の磁荷による磁場が生じる. この磁場は真電荷が作る電場と同じ要領で実行できて、(8.28) の  $\mu_0 \mathbf{H}$  の計算に相当する (例題 11). 分極  $\mathbf{P}$  をもつ誘電体では、表面電荷密度  $\mathbf{P} \cdot \mathbf{n} = \sigma$  と  $-\sigma$  が形成されて、電気力線と電束線はやはり図 8.15 対 8.16 のように対応する.



## §8.9 電流が磁場を作る, 電流が磁場より力を受ける

- 直線電流  $I$  は大きさ  $H=I/(2\pi r)$  の磁場を作る (図 8.24 エルステッドの実験). (8.35) よりビオ - サバールは, 電流線の一部の長さ  $\Delta s$  が  $\Delta \mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{\Delta \mathbf{s} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$  (8.34) の磁場を作ると結論した.  $I\Delta \mathbf{s}$  は電流の向きを向く電流素片ベクトルである. (8.34) を  $s$  で積分すれば, 任意の形状の電流が作る磁場を計算できる. 後にアンペールが,  $\mathbf{H}$  と  $I$  の関係を p.55 の線積分の形にまとめた. 力と仕事の関係は電場と電位の関係に等しい. アンペールの法則は電場と磁場をまとめて議論するとき有効となる.
- (8.34) は点電荷が作る電場 (8.7) に似ているが,  $\Delta \mathbf{H}$  が  $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$  に平行でない (垂直). 場の源となる量はスカラーでなく電流素片ベクトル ( $I\Delta \mathbf{r}$ ) である. 以前, スカラーの仕事  $W$  (4.4) をベクトル  $\mathbf{F}$  と  $\Delta \mathbf{r}$  の内積で表した. 電流が作る磁場 (8.34) は, 以下に説明する外積で記述される.

## 外積 (ベクトル積)

- 図 2.8 の  $x, y, z$  方向を向く長さ 1 のベクトル (単位ベクトル) を  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  とし, 以下の演算を定義する ( $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$  の巡回関係あり).

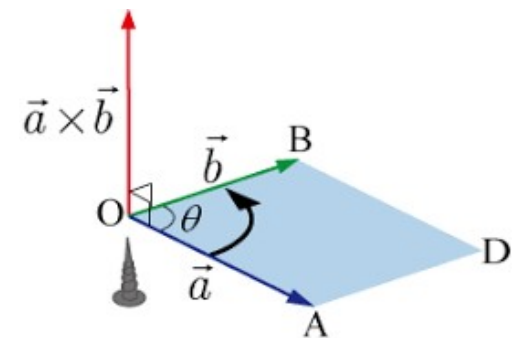
$$\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y \equiv \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z \equiv \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x \equiv \mathbf{e}_y,$$

$$\mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x \equiv -\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_y \equiv -\mathbf{e}_x, \quad \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z \equiv -\mathbf{e}_y, \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x \equiv \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_y \equiv \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_z = 0.$$

- $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z$  として, 上より,

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \equiv \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= (a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z) \times (b_x \mathbf{e}_x + b_y \mathbf{e}_y + b_z \mathbf{e}_z) \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \mathbf{e}_x + (a_z b_x - a_x b_z) \mathbf{e}_y + (a_x b_y - a_y b_x) \mathbf{e}_z \\ &= (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x). \end{aligned}$$

- $\mathbf{c}$  は  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  に垂直 (右ねじの方向).  $c = ab \sin \theta$ .  $\theta$  は  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  のなす角.
- 内積演算は  $\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_y \equiv 0, \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{e}_x \equiv 0, \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_x \equiv 1$  の約束だけで構築できる.



- 電流素片  $I\Delta\mathbf{s}$  は磁場より力  $\Delta\mathbf{F}$  (アンペール力) を受ける.  
 $\Delta\mathbf{F}=I\Delta\mathbf{s}\times\mathbf{B}$  (8.30) (図 8.18).
- 電流素片が磁場を作り (8.34), 電流素片は磁場からアンペール力を受ける. 以上より, 図 8.25 の直線電流  $I_1, I_2$  同士は引力を及ぼし合うことが理解できる.  $I_1$  が作る磁場の磁束密度  $\mathbf{B}_1$  は (8.35') より,  $I_2$  上で  $\mu_0 I_1/(2\pi r)$ .  $\mathbf{B}_1$  の向きは図 8.24 のようで,  $x, y$  面上の  $\theta$  が増える向き (電流に沿った軸を  $z$  軸とする). (8.30) より力は  $\Delta\mathbf{F}_{21}=I_2\Delta\mathbf{s}\times\mathbf{B}_1=\mu_0 I_2\Delta s I_1(\mathbf{e}_z\times\mathbf{e}_\theta)/(2\pi r)=-\mu_0 I_1 I_2\Delta s \mathbf{e}_r/(2\pi r)$  (8.36').  $\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_r$  は  $\theta, r$  が増える向きの単位ベクトル. これまでに, 2つの物体の間に働く力の式を何通りか見てきた. (8.36) の力は確かに  $I_1, I_2$  の間に働く力である.
- (8.30) に  $I=qnSv$  を用いて両辺を力を受ける電荷数で割ると,  $\mathbf{f}=q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$  が成立すると分かる (ローレンツ力).

