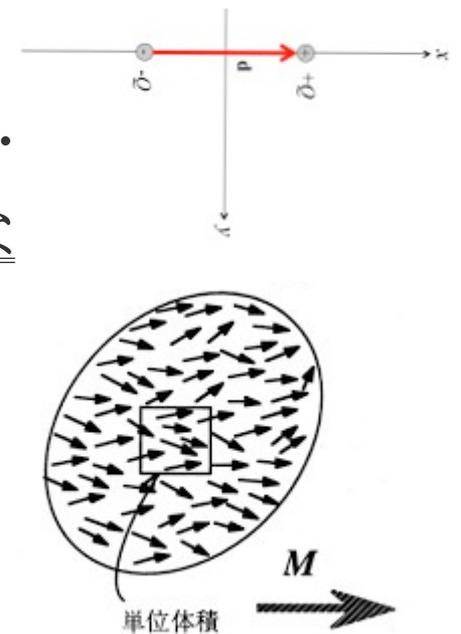


§8.8

- 分子の電氣的な状態が図のような、 $-q$ と $+q$ の電荷が距離 d で隣り合う電気双極子で表される場合がある(生命例題3-5-1など)。 $\mathbf{p}=q\mathbf{d}$ を電気双極子モーメントという。 ΔV 内の各 \mathbf{p}_i の合成ベクトルの体積密度 $\mathbf{P}=(\Delta V)^{-1}\sum_i \mathbf{p}_i$ を誘電分極という。 \mathbf{p}_i の向きが揃うと、 \mathbf{P} が値をもつ(分極が生じた状態)。
- 磁気には磁荷が存在しない。電子1つが元々小さな磁気モーメント \mathbf{m} をもつ。それが磁気の素になる。 \mathbf{m}_i が全て揃うと磁化または磁気分極 \mathbf{M} が値をもつ(例:永久磁石)。 $\mathbf{M}=(\Delta V)^{-1}\sum_i \mathbf{m}_i$ (8.27')
- 文献によって \mathbf{m} を $\boldsymbol{\mu}$ や \mathbf{p}_m , \mathbf{M} を \mathbf{P}_m で書くことがある。同じ名前の量でも定義が μ_0 倍異なる場合もあるので量の単位を断っておく必要がある(以下では阿部の教科書に合わせた)。

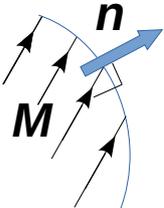


§8.7 B と H の役割 (磁荷が無い立場から §8.7 の表現を変える)

- (8.30) または (8.33) のように磁場により力 \mathbf{F} を得たとき、磁場を磁束密度 \mathbf{B} (単位 $\text{T} = \text{N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$) で表す。つまり \mathbf{B} より \mathbf{F} 。 \mathbf{B} が作る仮想の力線は磁束線である (図 8.16)。 \mathbf{B} は \mathbf{M} と同じ単位。
- 自由な磁気の素は電流 I で、磁場を作る。これを磁場の強さ \mathbf{H} (単位 $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$) で測る。つまり I より \mathbf{H} 。 \mathbf{H} が作る力線は磁力線である (図 8.15)。 μ_0 の単位は $\mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mathbf{B}$ (8.28) より $\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ 。
- 物質がない真空の場所では $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ である。
- 磁気モーメント \mathbf{m} の単位は (8.27) より $\text{T} \cdot \text{m}^3$ になる。
- 分極した物質表面には次のページのように、磁荷面密度 σ_m (単位 $\text{Wb} \cdot \text{m}^{-2}$) が現れて、外部に磁場 \mathbf{B} を作ると考える。よって真磁荷は存在はしないが磁束 Φ (単位は $\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s} = \text{T} \cdot \text{m}^2$) が生成されて、その総磁荷 q_m の単位が Wb になる。
ウェーバ

付録：分極・磁化した物質とその外部の電場磁場

- $\mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} = \mathbf{B}$ と $\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \mathbf{D}$ (8.28') と p.137... 第1項の自由な磁気電気の素が作る場と、第2項の物質原子に束縛された \mathbf{m} や \mathbf{p} による場の合計が一般の場であることを説明する式. 例えば \mathbf{D} は電場を \mathbf{P} と同じ単位で測った量で、分極も磁化も無い場所では \mathbf{P} も \mathbf{M} もゼロで電場の強さ \mathbf{E} 、磁場の強さ \mathbf{H} のみでよい. \mathbf{B} を作る磁荷は無いが、電流が \mathbf{H} を作る事が分かっており、それに \mathbf{M} がプラスされる. μ_0 は磁気定数または真空の透磁率と呼ばれる.
- 磁気分極 ... \mathbf{M} はマクロな量で物質内部で連続的な関数で、表面で不連続に0となる (8.27). 磁束線 (\mathbf{B}) は至る所で突然消えたり生じないことが分かっており、磁性体表面内側に $\mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = \sigma_m$ の磁荷面密度が現れる. \mathbf{n} は表面各点の、面に垂直外向きの単位ベクトルである. σ_m は \mathbf{M} を素にする磁荷なので真磁荷ではない. こうして物質の両端には棒磁石のように分離した土の σ_m が生じて、それが外部に $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = \sigma_m$ を満たす磁場を作る.


- \mathbf{M} , \mathbf{P} と σ_m , σ は両方は設定せず、内部磁場電場は \mathbf{M} や \mathbf{P} , 外部は σ_m や σ を設定して計算すればよい ... 磁石が作る磁力線は物質の外部 (真空) では磁束線と一致する (図 8.15 と 8.16). 外部では, \mathbf{M} が無くなる代わりに面密度 σ_m と $-\sigma_m$ の磁荷による磁場が生じる. この磁場は真電荷が作る電場と同じ要領で実行できて, (8.28) の $\mu_0 \mathbf{H}$ の計算に相当する (例題 11). 分極 \mathbf{P} をもつ誘電体では, 表面電荷密度 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{n} = \sigma$ と $-\sigma$ が形成されて, 電気力線と電束線はやはり図 8.15 対 8.16 のように対応する.

§8.9 電流が磁場を作る, 電流が磁場より力を受ける

- 直線電流 I は大きさ $H=I/(2\pi r)$ の磁場を作る (図 8.24 エルステッドの実験). (8.35) よりビオ - サバールは, 電流線の一部の長さ Δs が $\Delta \mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{\Delta \mathbf{s} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$ (8.34) の磁場を作ると結論した. $I\Delta \mathbf{s}$ は電流の向きを向く電流素片ベクトルである. (8.34) を s で積分すれば, 任意の形状の電流が作る磁場を計算できる. 後にアンペールが, \mathbf{H} と I の関係を p.55 の線積分の形にまとめた. 力と仕事の関係は電場と電位の関係に等しい. アンペールの法則は電場と磁場をまとめて議論するとき有効となる.
- (8.34) は点電荷が作る電場 (8.7) に似ているが, $\Delta \mathbf{H}$ が $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ に平行でない (垂直). 場の源となる量はスカラーでなく電流素片ベクトル ($I\Delta \mathbf{r}$) である. 以前, スカラーの仕事 W (4.4) をベクトル \mathbf{F} と $\Delta \mathbf{r}$ の内積で表した. 電流が作る磁場 (8.34) は, 以下に説明する外積で記述される.

外積 (ベクトル積)

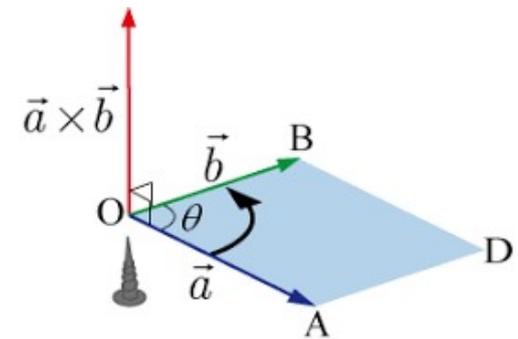
- 図 2.8 の x, y, z 方向を向く長さ 1 のベクトル (単位ベクトル) を $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ とし, 以下の演算を定義する ($x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$ の巡回関係あり).

$$\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y \equiv \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y,$$

$$\mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_x \equiv -\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_y = -\mathbf{e}_x, \quad \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z = -\mathbf{e}_y, \quad \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_z = 0.$$

- $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z) = a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z$ として, 上より,

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \equiv \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= (a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z) \times (b_x \mathbf{e}_x + b_y \mathbf{e}_y + b_z \mathbf{e}_z) \\ &= (a_y b_z - a_z b_y) \mathbf{e}_x + (a_z b_x - a_x b_z) \mathbf{e}_y + (a_x b_y - a_y b_x) \mathbf{e}_z \\ &= (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x). \end{aligned}$$



- \mathbf{c} は \mathbf{a} と \mathbf{b} に垂直 (右ねじの方向). $c = ab \sin \theta$. θ は \mathbf{a}, \mathbf{b} のなす角.
- 内積演算は $\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_y \equiv 0, \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{e}_x \equiv 0, \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_x \equiv 1$ の約束だけで構築できる.

- 電流素片 $I\Delta\mathbf{s}$ は磁場より力 $\Delta\mathbf{F}$ (アンペール力) を受ける。
 $\Delta\mathbf{F}=I\Delta\mathbf{s}\times\mathbf{B}$ (8.30) (図 8.18).
- 電流素片が磁場を作り (8.34), 電流素片は磁場からアンペール力を受ける. 以上より, 図 8.25 の直線電流 I_1, I_2 同士は引力を及ぼし合うことが理解できる. I_1 が作る磁場の磁束密度 \mathbf{B}_1 は (8.35') より, I_2 上で $\mu_0 I_1/(2\pi r)$. \mathbf{B}_1 の向きは図 8.24 のようで, x, y 面上の θ が増える向き (電流に沿った軸を z 軸とする). (8.30) より力は $\Delta\mathbf{F}_{21}=I_2\Delta\mathbf{s}\times\mathbf{B}_1=\mu_0 I_2\Delta s I_1(\mathbf{e}_z\times\mathbf{e}_\theta)/(2\pi r)=-\mu_0 I_1 I_2\Delta s \mathbf{e}_r/(2\pi r)$ (8.36'). $\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_r$ は θ, r が増える向きの単位ベクトル. これまでに, 2つの物体の間に働く力の式を何通りか見てきた. (8.36) の力は確かに I_1, I_2 の間に働く力である.
- (8.30) に $I=qnSv$ を用いて両辺を力を受ける電荷数で割ると, $\mathbf{f}=q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ が成立すると分かる (ローレンツ力).

